Propuesta para utilizar los problemas de Fermi como actividad de modelización matemática en educación primaria

Mireia Brunet-Biarnes
Universitat Autònoma de Barcelona, *mireia.brunetb@autonoma.cat*

Resumen: *Este artículo presenta una guía básica para trabajar los problemas de Fermi en el aula de primaria como una oportunidad para introducir la modelización matemática y promover discusiones colectivas significativas. Basada en estudios previos, la propuesta combina actividades en pequeños grupos y discusión en gran grupo, con orientaciones prácticas para el profesorado. Se destacan los beneficios para el pensamiento matemático, la estimación con números grandes y el desarrollo de competencias como la argumentación, comunicación y colaboración. El artículo busca ser una herramienta práctica y fundamentada para docentes que quieran integrar problemas de Fermi de forma significativa en sus clases.*

Palabras clave: *modelización matemática, problemas de Fermi, educación primaria, trabajo en grupo, discusiones en el aula.*

A proposal for using Fermi problems as a mathematical modelling activity in primary education

Abstract: *This article presents a basic guide for working with Fermi problems in primary classrooms as an opportunity to introduce mathematical modeling and promote meaningful collective discussions. Based on previous studies, the proposal combines activities in small groups and whole-class discussions, with practical guidance for teachers. The benefits for mathematical thinking, estimation with large numbers, and the development of competencies such as argumentation, communication, and collaboration are highlighted. The article aims to be a practical and well-founded tool for teachers who want to integrate Fermi problems meaningfully into their classes.*

Key words: *mathematical modelling, Fermi problems, primary education, group work, classroom discussions.*

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, ha crecido el interés por incorporar actividades de modelización matemática en las aulas de todos los niveles educativos, reconociendo su papel en la construcción de aprendizajes significativos y en el desarrollo de competencias clave. En didáctica de las matemáticas, la modelización se presenta como una vía para mostrar la conexión entre las matemáticas y el mundo real, permitiendo al alumnado interpretar situaciones cotidianas, formular problemas, hacer estimaciones, tomar decisiones y justificar sus razonamientos (Blum y Leiss, 2006). La modelización matemática se ha consolidado como una competencia esencial en los currículos internacionales y nacionales. El Libro Blanco de las Matemáticas (Beltrán et al., 2020), coordinado por la Real Sociedad Matemática Española, subraya la importancia de adoptar

Cómo citar: Brunet-Biarnes, M. (2026). Propuesta para utilizar los problemas de Fermi como actividad de modelización matemática en educación primaria. *Epsilon, 122,* 73-90.

enfoques interdisciplinarios en los que el conocimiento matemático surja de la resolución de problemas reales vinculados a la ciencia, la tecnología y la ingeniería. Este documento aboga por incorporar de manera sistemática tareas de modelización en las aulas, pues estas favorecen el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, la interpretación de datos y la argumentación matemática, competencias clave en marcos como PISA (OECD, 2018) y los estándares del NCTM (2000). En el contexto español, las Bases para la elaboración del currículo de matemáticas en la Educación no universitaria (CEMat, 2021) incluyen explícitamente la modelización como una de las capacidades matemáticas específicas. Estas directrices insisten en que el profesorado debe diseñar experiencias colaborativas y contextualizadas que permitan al alumnado transferir el conocimiento matemático a situaciones diversas. Entre las propuestas metodológicas recomendadas, los problemas de Fermi destacan por su potencial para introducir la estimación, la medición y la reflexión crítica en un entorno familiar para los estudiantes, facilitando así una conexión más directa entre matemáticas y realidad (Albarracín y Gorgorió, 2019).

Los problemas de Fermi se caracterizan por ser preguntas abiertas, con poca o ninguna información explícita, que requieren del alumnado un análisis comprensivo de la situación, formulación de conjeturas razonadas y uso de estimaciones para obtener una solución aproximada. Su potencial didáctico ha sido ampliamente reconocido. En el caso de la educación primaria, diversos estudios se han centrado en cómo los alumnos construyen modelos para resolverlos (English, 2006), así como en las dinámicas de trabajo en grupo y su impacto en el proceso de modelización. Kaiser (2006) destaca que las creencias del profesorado sobre la utilidad de la modelización influyen en su implementación en el aula, por lo que es fundamental su formación. En la misma línea, Stillman et al. (2010) subrayan que el profesorado debe estar preparado para acompañar el proceso de modelización, facilitando la comprensión de los enunciados, guiando las estimaciones y promoviendo la argumentación. Fuertes y Albarracín (2019) también destacan la importancia del conocimiento docente para guiar actividades de modelización matemática, señalando que los maestros deben estar preparados para facilitar el proceso de resolución y fomentar el pensamiento crítico entre los estudiantes. Además, en el estudio de Brunet-Biarnes y Albarracín (en prensa), también se enfatiza la importancia del papel del docente, especialmente en la discusión sobre los diferentes métodos para resolver el problema. Todo esto subraya la necesidad de proporcionar una guía práctica para trabajar los problemas de Fermi en el aula.

El objetivo principal de este artículo es detallar una propuesta efectiva para trabajar los problemas de Fermi en el aula, basada en experiencias llevadas a cabo en varios estudios. En primer lugar, se describen las características principales de este tipo de problemas y se presentan algunos ejemplos. A continuación, se explican las fases del proceso de resolución y se detalla cómo pueden ser implementadas en el aula, con el fin de clarificar el papel que desempeñan tanto el alumnado como el profesorado en cada momento. Finalmente, se proponen otros ejemplos de problemas que pueden ser utilizados en contextos similares.

2. MARCO TEÓRICO

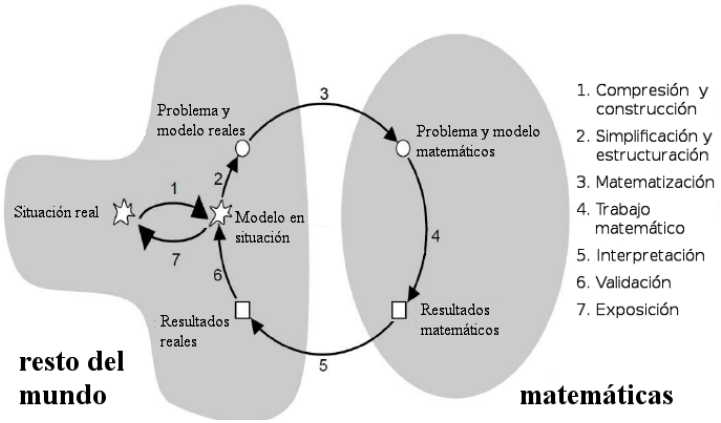
Para fundamentar la propuesta presentada, resulta necesario situarla en el marco de referencia que la sustenta. En esta sección se revisan tres aspectos clave: la modelización matemática, los problemas de Fermi, y el papel de la interacción en el aula. Estos elementos proporcionan el soporte teórico sobre el que se construye la propuesta de aula que se presenta más adelante.

2.1. Modelización matemática

La modelización matemática permite construir representaciones que ayudan a comprender y resolver situaciones reales. Siguiendo la definición de Lesh y Harel (2006), los modelos matemáticos son sistemas conceptuales que emplean distintos medios de representación para describir, construir o explicar otros sistemas. Incluyen objetos matemáticos, relaciones, acciones y patrones, junto con procedimientos que permiten realizar construcciones y predicciones útiles. En educación primaria, donde los estudiantes no disponen de herramientas algebraicas avanzadas, pueden representar modelos a través del lenguaje natural, dibujos y cálculos sencillos (Albarracín y Gorgorió, 2019).

Figura 1

Ärlebäck (2009, p. 337) utilizó la figura del ciclo de modelización de Blum y Leiss (2007), que está adaptada del diagrama de Borromeo Ferri (2006).



En general, en la educación matemática se reconoce que los procesos de modelización tienen una naturaleza cíclica (Blum y Leiss, 2006). Los estudiantes se mueven constantemente entre dos dominios: la realidad y las matemáticas (Figura 1). El proceso parte de una situación o problema real, del cual deben identificar la información relevante para poder abordarlo. A partir de ahí, simplifican y abstraen la realidad, focalizándose en algunas variables clave y en las relaciones entre ellas, lo que conduce a la construcción de un modelo matemático. Este modelo se utiliza para resolver el problema mediante herramientas matemáticas, y posteriormente se interpreta la solución en el contexto original para verificar su validez y responder a la pregunta planteada. Este proceso se repite en múltiples ciclos, permitiendo a los estudiantes mejorar progresivamente sus modelos y las soluciones obtenidas, ajustándolos a los requisitos del problema planteado (Blum y Borromeo Ferri, 2009). Finalmente, deben comunicar los resultados obtenidos y explicar el proceso seguido para alcanzarlos.

Un tipo de problemas que promueve el proceso de modelización son los problemas de Fermi (Albarracín y Gorgorió, 2019). La incorporación de estos problemas en el aula de educación primaria permite vincular el aprendizaje matemático con situaciones reales y cotidianas, al tiempo que se promueven competencias clave como la estimación, la argumentación y el trabajo colaborativo. Al presentar un contexto familiar y muy poca información inicial, estas actividades obligan al alumnado a formular conjeturas, diseñar modelos y validar sus resultados, reproduciendo el ciclo completo de la modelización matemática. A continuación, se detallan las características principales de estos problemas y cómo trabajarlos en el aula.

2.2. Problemas de Fermi

Entre las distintas propuestas para introducir la modelización matemática en educación primaria, los problemas de Fermi destacan por su sencillez aparente y su gran potencial didáctico. Se definen como preguntas abiertas y no estándar que presentan información limitada, lo que obliga al alumnado a comprender la situación y, mediante conjeturas razonadas y estimaciones, llegar a un resultado aproximado (Ärlebäck, 2009). Estos problemas facilitan la modelización de fenómenos del mundo real mientras se trabajan habilidades de estimación (Ärlebäck y Albarracín, 2019; Robinson, 2008). Inicialmente propuestos por el físico Enrico Fermi, estos problemas fueron diseñados como una estrategia para desarrollar el pensamiento deductivo y preparar a los estudiantes universitarios de Física para el trabajo experimental en el laboratorio (Carlson, 1997). Con el tiempo, la aplicación de estos problemas se ha extendido a diversas disciplinas, incluida la educación matemática (Ärlebäck y Albarracín, 2019). Algunos ejemplos son: ¿cuántos afinadores de piano hay en la ciudad de Chicago? (Taggart et al., 2007); ¿cuántos coches hay en un atasco? (Peter-Koop, 2009); o, ¿cuántas baldosas hay en esta zona peatonal entre dos edificios? (Segura y Ferrando, 2023a).

Diversas investigaciones en didáctica de las matemáticas han mostrado que el trabajo con problemas de Fermi puede ser muy enriquecedor en el aula de primaria, si se cuidan ciertos aspectos metodológicos. Una de las claves para resolver un problema de Fermi es la descomposición del problema en subproblemas manejables, lo que permite a los estudiantes aplicar sus conocimientos del mundo real de forma contextualizada y significativa. Este enfoque, conocido como método de estimaciones de Fermi, se puede enseñar de manera explícita, facilitando que los estudiantes se familiaricen con procesos de modelización matemática desde edades tempranas (Raviv et al., 2016). Además, no es necesario limitarse a la estimación como único recurso: pueden incorporarse otras actividades como la búsqueda de información en fuentes externas, la experimentación o la recolección de datos, lo cual amplía el alcance y la profundidad de estas tareas (Albarracín y Ärlebäck, 2019).

Por otra parte, se ha demostrado que combinar trabajo individual y grupal favorece la generación de modelos más ricos y variados. Pedir a los estudiantes que diseñen un plan de resolución de forma individual antes de comenzar el trabajo en grupo permite recoger una mayor diversidad de ideas iniciales y estimula el pensamiento autónomo (Albarracín y Gorgorió, 2014). El trabajo colaborativo posterior facilita la discusión y negociación de estrategias, promoviendo un enfoque más elaborado de la modelización matemática (Zawojewski et al., 2003). Sin embargo, la implementación efectiva de estos problemas en el aula requiere también de una preparación adecuada por parte del profesorado. Fuertes y Albarracín (2019) destacan la importancia del conocimiento docente para guiar actividades de modelización matemática, señalando que los maestros deben estar preparados para facilitar el proceso de resolución y fomentar el pensamiento crítico entre los estudiantes.

En referencia a cómo el alumnado de primaria resuelve los problemas de Fermi, Peter-Koop (2009) analizó cómo los estudiantes de 10 a 12 años abordaron estos problemas y descubrió que emplearon diversas estrategias, generaron nuevos conocimientos matemáticos y siguieron un proceso de modelización multicíclico. Albarracín y Gorgorió (2014) también analizaron cómo los alumnos construyen modelos para resolver los problemas de Fermi en educación primaria. Los modelos que identificaron fueron: *reducción y uso de proporciones* (resolver una versión simplificada y escalarla por proporciones); *medidas de concentración* (estimar cuántas personas/objetos hay en una porción y extrapolar al total); *punto de referencia* (dividir la

superficie disponible entre el área ocupada por un elemento para obtener la estimación); y, *distribución en cuadrícula* (imaginar filas y columnas, contar en cada una y multiplicar para obtener el total).

Los problemas de Fermi, por lo general, pueden entenderse como tareas abiertas con múltiples estrategias válidas. Estimar cuántos objetos caben en una superficie, por ejemplo, puede abordarse mediante unidades de medida, densidad, recuento lineal u otras aproximaciones igualmente válidas. Este tipo de tareas, cercanas a las *Multiple Solution Tasks* descritas por Levav-Waynberg y Leikin (2012), fomentan la creatividad matemática al promover la fluidez, la flexibilidad y la originalidad en el pensamiento del alumnado (Segura y Ferrando, 2023b). Al no existir una única vía correcta, se anima a los estudiantes a comparar y justificar soluciones alternativas.

En resumen, los problemas de Fermi presentan un gran potencial didáctico por su carácter abierto, su conexión con contextos reales y su capacidad para promover el pensamiento matemático. Para trabajar estos problemas en primaria también es necesario prestar atención a cómo se organizan las dinámicas de aula y a qué tipo de interacciones se promueven durante la resolución. En el siguiente apartado se analiza el papel de la interacción como elemento clave en el desarrollo de este tipo de tareas.

2.3. Interacción en el aula de educación primaria

Desde una perspectiva socioconstructivista (Vygotsky, 1978), el aprendizaje se entiende como un proceso activo y social, en el que los estudiantes construyen significados compartidos a través de la interacción con sus iguales y con el profesor. En el ámbito de la didáctica de las matemáticas, múltiples estudios han subrayado la importancia de estas interacciones para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático y la construcción de conocimiento (Yackel y Cobb, 1996). En este marco, el trabajo en grupo se convierte en una estrategia clave, especialmente cuando se proponen tareas abiertas y complejas. Dado que los problemas de Fermi son tareas complejas para los estudiantes de primaria, el trabajo en grupo proporciona un espacio donde pueden debatir y explorar diferentes estrategias de resolución (Blatchford et al., 2003). Además, según Henze y Fritzlar (2009), los problemas de Fermi fomentan una implicación sostenida de los alumnos en la tarea, favoreciendo la negociación de estrategias y la toma de decisiones en conjunto.

Ahora bien, no toda la interacción en el aula ocurre entre estudiantes. En tareas abiertas, el rol del profesor resulta también fundamental para orientar y profundizar el trabajo matemático. En nuestra propuesta, la intervención docente se sitúa una vez los estudiantes han tenido tiempo para explorar el problema en grupo, con el objetivo de generar una discusión colectiva que permita identificar aspectos clave, poner en común estrategias, señalar posibles errores y avanzar hacia formas de razonamiento más elaboradas. En diversos estudios, se ha observado que la participación activa del docente influye significativamente en la calidad de la discusión y en la profundidad del aprendizaje de los estudiantes (Drageset, 2014, 2015b).

Siguiendo a Smith y Stein (2016), la discusión se puede orquestar en base a cinco prácticas clave que permiten al docente anticipar y gestionar mejor la conversación matemática. Estas prácticas ayudan a prever posibles desarrollos de la actividad, facilitando la toma de decisiones. Las cinco prácticas propuestas por Smith y Stein (2016) son:

- **Anticipar** las posibles respuestas de los estudiantes a tareas matemáticas desafiantes. En el caso del problema de Fermi que se plantea, este ha sido ampliamente estudiado y se puede prever las estrategias que van a utilizar los estudiantes.

- **Monitorear** las respuestas reales de los estudiantes a las tareas (cuando se resuelven en parejas o pequeños grupos). Durante el trabajo en grupo, el docente puede observar las estrategias y las discusiones que tienen los estudiantes.
- **Seleccionar** a estudiantes específicos para que presenten su trabajo matemático durante la discusión grupal. Por lo general, son los mismos grupos quienes deciden la persona del equipo que va a presentar el trabajo que han realizado. Sin embargo, si el profesor lo cree oportuno, puede anticiparse y seleccionar los estudiantes que vayan a presentar.
- **Secuenciar** las respuestas de los estudiantes para mostrarlas en un orden específico. Si bien se puede optar por un orden aleatorio, otra posible estrategia es empezar con grupos que tienen estrategias incompletas, permitiendo que estas evolucionen con las aportaciones del resto de sus compañeros.
- **Conectar** las diferentes respuestas de los estudiantes y vincularlas con ideas matemáticas clave. Este paso es clave en la discusión, ya que permite evaluar y validar las estrategias y compararlas entre ellas. Asimismo, conectar las ideas con otras situaciones similares que puedan ayudar a comprender mejor el problema.

En conjunto, estas prácticas permiten estructurar discusiones matemáticas ricas y significativas, en las que el alumnado pueda compartir, confrontar y profundizar en sus razonamientos. Ofrecer al profesorado herramientas para planificar y guiar estas discusiones resulta especialmente relevante cuando se trabaja con tareas. En las secciones siguientes se detalla cómo se pueden aplicar estas ideas a una propuesta concreta de aula basada en un problema de Fermi.

3. PROPUESTA DE ACTIVIDAD EN EL AULA DE EDUCACIÓN PRIMARIA

La propuesta que se presenta a continuación parte del marco teórico desarrollado previamente, especialmente de los principios de la modelización matemática y del papel de la interacción en el aula. Basada en experiencias reales llevadas a cabo en el ciclo superior de primaria, esta propuesta combina diferentes formas de trabajo dentro del aula, ofreciendo una estructura clara y flexible para abordar un problema de Fermi en el aula. En los estudios realizados (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024, en prensa) la actividad en el aula se divide en 6 fases:

Tabla 1

Fases de la actividad para resolver un problema de Fermi en educación primaria. Fuente propia.

Fase	Descripción	Duración
Introducción del problema	Se presenta el problema a la clase, asegurando que todos los estudiantes lo comprendan.	15 min
Trabajo individual – Estrategia individual	Cada estudiante por separado propone una estrategia de resolución sin ayuda externa.	15 min
Trabajo en grupo – Estrategia grupal	Los estudiantes comparten y debaten sus estrategias en pequeños grupos para llegar a una estrategia consensuada.	20 min
Recogida de datos	Se recopilan los datos necesarios para aplicar la estrategia elegida.	30 min
Cálculo	Se realizan los cálculos necesarios basados en la información obtenida.	10 min

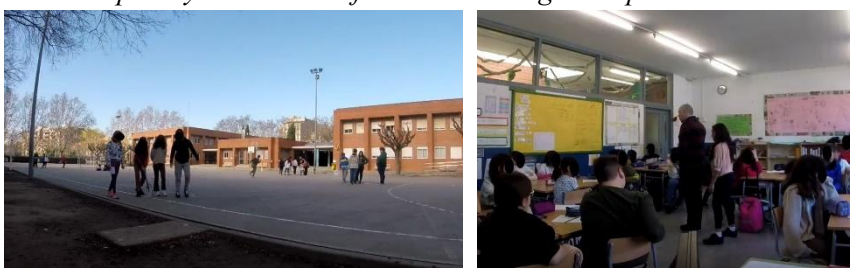
Discusión sobre las diferentes estrategias	Cada grupo presenta su estrategia y se comparan las soluciones en una discusión guiada por el profesor.	30 min

Estas fases proporcionan una estructura flexible que guía la actividad sin limitar la exploración del alumnado. En primer lugar, cada estudiante tiene la oportunidad de proponer una estrategia individualmente. Posteriormente, en grupos, debaten estas estrategias para consensuar una estrategia final, que será puesta en práctica y presentada ante el grupo clase. Finalmente, en la discusión final con toda la clase, los estudiantes comparan las estrategias y resultados obtenidos, analizando las fortalezas y limitaciones de cada enfoque y debatiendo los aspectos clave de la resolución del problema.

Siguiendo esta estructura, la actividad se llevó a cabo en dos ocasiones con dos grupos diferentes de quinto curso de educación primaria (Figura 2), en dos escuelas cercanas a Barcelona. En el primer caso participaron 21 estudiantes, organizados en grupos heterogéneos de cuatro y cinco personas. En el segundo grupo, compuesto por 24 estudiantes, se formaron seis grupos heterogéneos de cuatro alumnos cada uno. En ambos casos, los grupos se distribuyeron por el aula en mesas agrupadas, y el profesor encargado fue el mismo. Este maestro tenía experiencia y conocía el funcionamiento y la resolución de los problemas de Fermi. En cuanto al alumnado, ninguno de los estudiantes de ambos grupos contaba con experiencia previa en este tipo de problemas.

Figura 2

Dos momentos del trabajo del alumnado durante la resolución de un problema de Fermi: la recogida de datos en el patio y la discusión final en el aula guiada por el docente.



A partir de esta estructura de trabajo, la propuesta se centra en una serie de objetivos didácticos que guían la planificación de la actividad y pueden orientar la intervención del docente:

- O1. Interpretar la situación planteada identificando la información relevante para resolver el problema: se pretende que los estudiantes comprendan el contexto, reconozcan los elementos significativos y propongan una primera estrategia individual de resolución.
- O2. Elaborar un modelo de resolución a partir de suposiciones razonadas: se busca que el alumnado transforme la situación real en un modelo matemático manejable, estableciendo hipótesis, descomponiendo el problema en subproblemas y seleccionando métodos de estimación adecuados.
- O3. Obtener los datos necesarios que permitan completar o ajustar el modelo a partir de mediciones: se pretende que los estudiantes midan el patio (u otros elementos pertinentes), registren los datos y los utilicen para validar o reformular su estrategia.
- O4. Participar activamente en el trabajo matemático en grupo: se pretende que los grupos contrasten las estrategias individuales, argumenten sus decisiones, integren aportaciones diversas y tomen decisiones consensuadas sobre la estrategia final.

- O5. Comunicar los resultados obtenidos y el proceso de resolución utilizado: se pretende que el alumnado emplee dibujos, esquemas, descripciones y cálculos aproximados para explicar de manera coherente el procedimiento seguido y el resultado final obtenido.
- O6. Contrastar y evaluar las decisiones tomadas para resolver el problema: se busca que los estudiantes argumenten sus elecciones, comparen su propuesta con la de otros grupos y evalúen la eficacia de diferentes estrategias durante la discusión colectiva.

A continuación, en la Tabla 2 se muestra cómo los objetivos didácticos de la propuesta se vinculan con las competencias específicas del currículo de ciclo superior de primaria en el área de matemáticas.

Tabla 2

Conexión entre las competencias específicas detalladas en el currículo y los objetivos didácticos de esta propuesta. Fuente propia.

	O1	**O2**	**O3**	**O4**	**O5**	**O6**
Competencia específica 1	X					
Competencia específica 2		X	X			
Competencia específica 3		X				X
Competencia específica 4		X	X			
Competencia específica 5	X					
Competencia específica 6					X	X
Competencia específica 7				X		X
Competencia específica 8				X	X	

En las siguientes secciones, entraremos en detalle en cada fase de la actividad, analizando lo que se puede esperar de los alumnos y el papel que debe tener el docente en cada caso.

3.1. Introducción del problema y trabajo individual

Esta guía se basa en la resolución del problema: ¿cuántas personas caben en el patio de la escuela? El problema consiste en hacer una estimación del número de personas que caben en un espacio determinado, en este caso, el patio de una escuela. Para contextualizar la actividad, se explicaba al alumnado que la escuela quería hacer una fiesta de fin de curso y necesitaban saber cuántas personas caben en el patio para saber cuántas personas pueden invitar. El contexto cercano para el alumnado permite que conecten las matemáticas con su realidad cotidiana, facilitando la comprensión y el desarrollo de estrategias (Albarracín et al., 2021). Este problema ha sido ampliamente utilizado en varias investigaciones (Albarracín y Gorgorió, 2014, 2019; Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024; Ferrando y Segura, 2020).

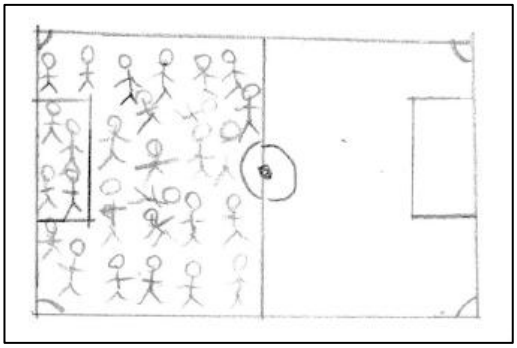
La actividad comienza con la lectura del problema junto con el alumnado, asegurando que se explica el contexto de manera clara y enfatizando la necesidad de conocer la capacidad del patio. Para garantizar que los estudiantes comprendan el problema, se puede reformular la pregunta de manera explícita: ¿cuántas personas caben en el patio? En ocasiones, el alumnado quiere dar una respuesta numérica rápidamente o empiezan a contar las familias y amigos de todos los alumnos del colegio para saber a cuantas personas hay que invitar. Por este motivo, es importante dejar claro el objetivo del problema, y que el primer paso es proponer una estrategia para resolverlo,

sin hacer ningún cálculo matemático. Además, es recomendable animar al alumnado a explorar distintas estrategias de resolución, ya que los problemas de Fermi permiten múltiples enfoques. Cada estrategia puede ser válida y útil dependiendo del contexto y las suposiciones realizadas.

Algunos ejemplos de estrategias propuestas por alumnos para resolver el problema son:

Figura 3

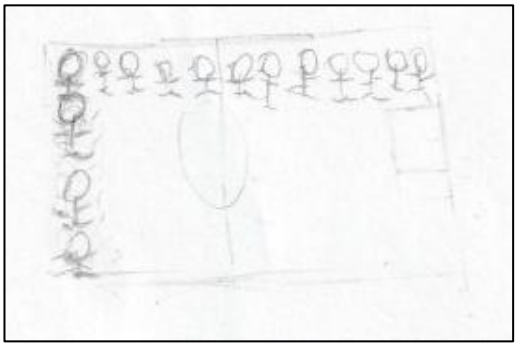
Dibujo de una alumna.



En la Figura 3, una alumna representa un campo de fútbol (o espacio similar) dividido por la línea central en dos mitades. En una de esas mitades la alumna ha distribuido figuras sencillas (líneas y círculos) para simbolizar personas, sin un patrón claro y con algunas figuras orientadas horizontalmente. Este planteamiento refleja una estrategia de división y duplicación basada en la simetría del espacio. Su explicación fue: "*Llenaría la mitad del campo y contaría las personas y después multiplicaría por 2."* En este caso, el ejemplo corresponde al modelo de medidas de concentración, ya que la resolución se basa en determinar la cantidad de personas u objetos en una porción del área total (aquí, la mitad del campo) y extrapolar ese número al conjunto completo.

Figura 4

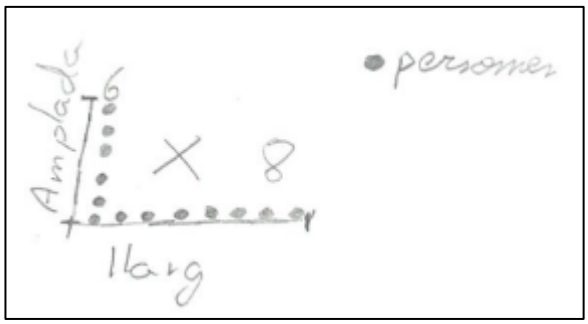
Dibujo de una alumna.



En la Figura 4, otra alumna representa la pista del colegio y emplea figuras sencillas (líneas y círculos) para simbolizar personas. A diferencia de la Figura 3, en esta ocasión la estudiante ha dispuesto las figuras formando una fila en la parte superior de la pista y una columna en el lado izquierdo. La explicación que acompañada este dibujo era: "*He puesto personas en horizontal, después he puesto personas en vertical de las personas que están en horizontal*." Este es un ejemplo de resolución utilizando el modelo de distribución en cuadrícula. Aunque no lo menciona de forma literal, se sobreentiende que su intención es combinar ambos recuentos (el número de personas en la fila y el de personas en la columna) para estimar el total.

Figura 5

Representación de cómo resolver el problema de un alumno.



En la Figura 5, un alumno hace una representación de la distribución de personas en filas y columnas. En este caso no aparece el dibujo de la pista, sino únicamente dos ejes (ancho y largo), en los que ha colocado puntos (círculos negros) para simbolizar personas. En el centro se observa el símbolo de multiplicación, lo que hace explícita la operación a realizar. Este alumno acompañó el dibujo con la explicación: "*Contaría las personas en fila en el ancho del campo y a lo largo y multiplicaría los dos*." Este procedimiento encaja claramente con el modelo de distribución en cuadrícula.

3.2. Trabajo en grupo y recogida de datos

En la segunda parte de la actividad, generalmente, se trabaja en grupos heterogéneos, combinando distintos niveles y habilidades. La actividad es abierta, lo que permite que algunos estudiantes puedan sorprender con sus ideas, incluso aquellos que no tienden a destacar en matemáticas (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024). A medida que los estudiantes intercambian ideas, las estrategias iniciales evolucionan a través de la negociación, en la que algunos miembros del grupo proponen mejoras, combinan enfoques o descartan soluciones previas en función de su viabilidad (Sevinç, 2021). En esta parte de la actividad, es recomendable que el profesor adopte un papel observador y no intervenga directamente en las discusiones en grupo, salvo cuando es necesario para garantizar la participación equitativa o para reconducir debates estancados (Cohen, 1994).

En líneas generales, la estructura de la discusión en grupo para resolver un problema de Fermi sigue el siguiente patrón (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024): (1) todos los miembros del grupo comparten la estrategia planteada individualmente, (2) se discuten las estrategias propuestas y buscan cómo mejorarlas, (3) se ponen a prueba las estrategias bajando al patio y recogiendo los datos necesarios, (4) se hacen los cálculos oportunos y (5) se validan las estrategias comparándolas con situaciones familiares. Siguiendo esta estructura, hemos observado que pueden surgir distintas dinámicas durante la discusión. Por ejemplo, en algunos grupos, los estudiantes negocian activamente las estrategias, mientras que, en otros, ciertas ideas son descartadas sin ser evaluadas en profundidad.

Durante la resolución de un problema de Fermi en grupo, emergen los denominados *líderes*, estudiantes que impulsan la estrategia de resolución, ya sea adaptando ideas ajenas, proponiendo nuevas soluciones o imponiendo sus propias propuestas sobre las de sus compañeros. Sin embargo, la influencia de estos *líderes* no siempre garantiza la mejor estrategia, ya que algunas ideas pueden ser descartadas sin ser analizadas en profundidad (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024). En la mayoría de los casos, los estudiantes más participativos suelen ser quienes introducen las ideas que terminan evolucionando en el modelo final, mientras que otros miembros del grupo

pueden quedar en un rol más pasivo (Blatchford et al., 2003). Hay estudiantes que, aunque tienen propuestas valiosas, quedan en un segundo plano debido a la dinámica del grupo o porque no se atreven a intervenir con sus ideas. Es decir, a veces el trabajo en grupo no da como resultado la mejor estrategia posible construida con las ideas de todos los miembros del grupo. En estos casos, el rol del docente como observador es crucial para recoger estas ideas y reintroducirlas en la discusión final, garantizando que todas las aportaciones sean consideradas. Además, para dar la oportunidad a todos los estudiantes de proponer otros métodos de resolución, se podrían reagrupar temporalmente en nuevos equipos, favoreciendo que quienes no han asumido un rol protagonista en su grupo inicial puedan tener más iniciativa en la creación del modelo. Así mismo, los alumnos que han liderado el trabajo en sus grupos podrían contrastar sus estrategias con otros líderes, debatiendo y justificando las decisiones tomadas para enriquecer la comprensión colectiva del problema.

A modo de ejemplo, se presenta a continuación un fragmento del diálogo entre estudiantes durante la resolución de un problema de Fermi en grupo:

Alumno 1: En *La Marató*[1], primero para hacer la foto hemos utilizado toda esta área mira, hasta aquí todo esto...
Alumno 2: Vale... ¿Hasta aquí?
Alumno 1: Aquí, todo eso, es lo que vamos a ocupar
Alumno 3: Vale
Alumno 2: Esta es el área que vamos a ocupar... entonces, tendríamos que multiplicarlo por 2
Alumno 1: Si porque es la mitad del campo

Una vez que cada grupo ha definido una estrategia de resolución, se procede a la recogida de datos en el patio de la escuela. Es un momento clave que permite al alumnado conectar las matemáticas con la realidad, ya que deben interpretar datos concretos y evaluar sus modelos (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024). En esta fase, los estudiantes pueden identificar errores en sus estrategias iniciales, ya sea porque no pueden obtener los datos necesarios o porque se dan cuenta de que hay formas más eficientes de abordar el problema. Este proceso de reformulación es fundamental en la modelización matemática, ya que permite que los alumnos ajusten sus modelos en función de la evidencia empírica (Henze y Fritzlar, 2009). Además, esta fase también permite a los alumnos desarrollar habilidades prácticas relacionadas con la estimación y la medición, fundamentales en la resolución de problemas de Fermi (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024). Después de la recogida de datos y antes de la discusión con toda la clase, los estudiantes tienen un tiempo para realizar los cálculos necesarios. Establecer claramente este tiempo desde el inicio de la actividad evita que intenten obtener un resultado aproximado sin haber planificado su estrategia o recopilado los datos esenciales.

En conjunto, el proceso seguido por los estudiantes en la resolución del problema refleja el ciclo característico de la modelización matemática (Blum y Leiss, 2006). Desde la formulación de una estrategia inicial hasta la validación y ajuste del modelo en función de los datos recogidos, los alumnos pasan por distintas fases en las que combinan conocimientos matemáticos con la

[1] El alumno hace referencia a "La Marató", un programa benéfico de TV3. En toda Cataluña se organizan actividades para recaudar dinero destinado a la investigación de una enfermedad diferente cada año. Concretamente, en la escuela donde realizamos la actividad habían hecho una merienda para contribuir a esta recaudación.

interpretación de la realidad. Este enfoque no solo favorece la adquisición de competencias matemáticas, sino que también potencia la capacidad de razonamiento crítico y la toma de decisiones informadas en situaciones inciertas (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024).

3.3. Discusión sobre las diferentes estrategias de resolución

Una vez finalizado el trabajo en grupo, entramos en la parte de discusión en el aula con toda la clase, donde se presentan las estrategias y los resultados obtenidos por cada grupo. Un aspecto clave para tener en cuenta en esta discusión es que el objetivo es cerrar la actividad, hablando de cómo los diferentes grupos han resuelto el problema y resaltando los aspectos clave de sus propuestas de resolución. También, es el momento en el que el profesor pasa a tener un papel activo, guiando la discusión y poniendo a prueba las propuestas del alumnado. En esta situación, hacer las preguntas adecuadas es fundamental para promover la comprensión del alumnado. Con preguntas efectivas se puede guiar la atención del estudiante hacia elementos ignorados anteriormente o ayudarles a descubrir una nueva perspectiva.

Además, se ha observado que el tipo de preguntas formuladas por el profesor influye en la participación de los estudiantes. Según Drageset (2014, 2015a), los alumnos tienden a responder más cuando se les plantean preguntas cerradas o altamente guiadas. Sin embargo, para comprender mejor su razonamiento y permitirles desarrollar sus ideas, es necesario incluir preguntas abiertas, como pedirles que expliquen su estrategia o justifiquen sus resultados (Brunet-Biarnes y Albarracín, en prensa). Estas facilitan que los estudiantes aprendan a justificar y explicar su razonamiento de forma clara y coherente, ayudando así a que otros alumnos comprendan su razonamiento. Por ejemplo, una pregunta cerrada como "¿Qué estrategia veis más eficaz, la del grupo 1 o la del grupo 2?" el alumnado responde abiertamente, incluso sin respetar turnos de palabra. En cambio, en una pregunta abierta como "¿Qué podemos hacer para mejorar la estrategia del grupo 3?", hay menos participación y los alumnos que quieren responder, deben explicar su razonamiento en detalle. El papel del docente es crucial para combinar ambas, especialmente en la discusión que se plantea después de resolver un problema de Fermi, ya que el tema de conversación son las estrategias utilizadas por el alumnado y el profesor puede, mediante preguntas u observaciones, ayudar a los alumnos a mejorar y reflexionar sobre sus estrategias. En definitiva, y como enfatizan Kooloos et al. (2020), los docentes deben encontrar un equilibrio entre las contribuciones lideradas por los estudiantes y la guía liderada por el docente para garantizar un aprendizaje y comprensión matemática significativos.

Como se ha identificado en el estudio Brunet-Biarnes y Albarracín (en prensa), las acciones que tienen un mayor potencial de influenciar en el razonamiento de los alumnos son:

- **Acciones de enfoque**: es cuando el docente resalta o repasa información clave relacionada con el problema o con el proceso de resolución. Estas acciones pueden implicar que el profesor destaque, resuma o repita lo que un alumno ha explicado, reformulándolo en casos necesarios, para que todo el alumnado pueda comprenderlo.
- **Acciones de progresión**: son aquellas que ayudan a que la clase continúe avanzando hacia la resolución del problema o hacia una nueva perspectiva. Estas acciones pueden implicar demostrar soluciones, simplificar tareas o dividir el problema en pasos manejables y, con la guía del profesor, avanzar.

En referencia a la progresión de la discusión, por lo general, se empezará con cada grupo presentando la estrategia utilizada y el resultado obtenido. El profesor puede ir anotando esta información en la pizarra con una tabla parecida a la Tabla 3:

Tabla 3

Ejemplo de tabla de cómo representar los resultados de cada grupo en la pizarra. Fuente propia.

Grupo	Resultado	Estrategia
Rojo	750 personas	Llenar la mitad de la pista y multiplicar por dos.
Azul	600 personas	Poner las personas en filas y columnas.

Al principio, como solo uno o dos grupos habrán explicado su trabajo, la discusión se centrará en el proceso de resolución de estos grupos. Sin embargo, a medida que los demás grupos vayan explicando sus resultados, se empezaran a comparar las diferentes estrategias. Esta progresión en la discusión sigue un patrón observado en investigaciones previas, donde inicialmente los estudiantes presentan sus estrategias sin compararlas, pero conforme avanza la conversación, el foco cambia a la validación de los métodos empleados y la búsqueda de estrategias más efectivas (Brunet-Biarnes y Albarracín, en prensa).

Durante la discusión, el docente juega un papel clave al conectar ideas y resaltar aspectos fundamentales de cada estrategia, utilizando recapitulaciones y preguntas dirigidas para enfatizar los aspectos más relevantes de cada solución. Como se ha observado en estudios previos, las acciones de resumir y reformular las ideas de los estudiantes también ayudan a clarificar conceptos y a que el resto del alumnado comprenda mejor las estrategias presentadas (Drageset, 2015b). Por ejemplo, después de que un grupo exponga su estrategia, el docente puede intervenir con frases como: “Entonces, a ver si lo he entendido bien, habéis distribuido a las personas en filas y columnas para hacer una estimación del espacio, ¿cierto?”. Este tipo de intervención no solo valida la explicación del estudiante, sino que también facilita la conexión con otras estrategias expuestas en clase. También, es un buen momento para recuperar estrategias que hayan sido descartadas y debatir por qué se descartaron, reforzando la idea de que hay múltiples formas de abordar el problema. Se pueden introducir ejemplos o analogías que ayuden a visualizar mejor ciertos aspectos. Por ejemplo, si los estudiantes están estimando el espacio libre entre personas, se puede hacer una comparación con la distribución de gente en un concierto.

Para cerrar la discusión, es importante invitar a los estudiantes a reflexionar sobre lo aprendido y a extrapolar su razonamiento a otras situaciones. Por ejemplo, se les puede preguntar: “¿qué otros problemas se pueden resolver con estas estrategias?” o “¿cómo cambiaría vuestra estrategia si el espacio tuviera una forma diferente?”. Estas preguntas ayudan a consolidar el aprendizaje y fomentan un pensamiento más flexible sobre los modelos matemáticos utilizados.

4. TRABAJAR CON OTROS PROBLEMAS DE FERMI

La estructura y las fases descritas para trabajar el problema “¿Cuántas personas caben en el patio de la escuela?” en primaria pueden extenderse a otros problemas de Fermi y niveles educativos. A continuación, se presentan diversas variaciones y escenarios, desde ejemplos muy cercanos al alumnado hasta planteamientos más abstractos y complejos.

- **Variaciones en el mismo contexto escolar**: manteniendo un entorno familiar, se pueden introducir pequeñas modificaciones. Por ejemplo, si el patio ya no tiene forma rectangular, sino irregular, el alumnado deberá descomponer el área en figuras más simples (rectángulos, triángulos), estimando de forma más precisa (Albarracín y Gorgorió, 2014). También se pueden añadir obstáculos como árboles, bancos o

columpios, lo que exige trabajar la resta de áreas y distinguir zonas útiles de zonas ocupadas (Ärlebäck y Albarracín, 2019).

- **Problemas de distribución en superficies 2D**: en lugar de personas, se pueden distribuir objetos. Por ejemplo, "¿cuántas rayuelas se necesitan para cubrir el suelo de una casa?" requiere repetir el cuadriculado y aplicar multiplicaciones de filas por columnas (Segura y Ferrando, 2023a). Otro caso es "¿cuántos coches hay aparcados en el parquin del polideportivo?", que puede implicar una estimación de densidad (coches por metro cuadrado) y extrapolación al total (Peter-Koop, 2009).
- **Introducción de la tercera dimensión**: para aumentar la dificultad, se pueden plantear problemas tridimensionales. Por ejemplo, "¿cuántos granos de arroz caben en un vaso de plástico?" implica estimar el volumen del recipiente y la densidad de los granos (Albarracín y Ärlebäck, 2019). También se puede trabajar con volúmenes más grandes, como en "¿cuántos litros de agua contiene una piscina olímpica?", lo que introduce conversiones de unidades y el cálculo de prismas o cilindros (Blum y Leiss, 2006).
- **Problemas abstractos y distantes**: en niveles superiores, pueden plantearse problemas más alejados del entorno inmediato. Por ejemplo, el clásico "¿cuántos afinadores de piano hay en Chicago?" requiere búsquedas externas de datos y el encadenamiento de subestimaciones (Carlson, 1997; Taggart et al., 2007). Otro ejemplo más actual es "¿cuántos mensajes de WhatsApp se envían al día?", que invita a combinar datos estadísticos reales con supuestos razonables (Robinson, 2008).

En todos los casos, es recomendable comenzar con problemas que el alumnado pueda verificar directamente, reforzando así la noción de estimación y ajuste del modelo (Ärlebäck y Albarracín, 2019). Progresivamente, pueden introducirse tareas que exijan buscar información externa o ajustar sucesivamente las aproximaciones, desarrollando competencias de investigación y pensamiento crítico (Raviv et al., 2016).

5. REFLEXIONES FINALES

Los problemas de Fermi constituyen una herramienta didáctica con un gran potencial para acercar la modelización matemática al aula de primaria. A través de contextos cercanos y preguntas abiertas, permiten trabajar la estimación, el análisis de datos, la argumentación y la toma de decisiones fundamentadas. Su carácter flexible hace que se puedan adaptar a distintas edades, intereses y contextos del alumnado.

Una de las características clave de los problemas de Fermi es que son actividades muy abiertas, que proporcionan poca información y que, por lo tanto, pueden abordarse de diferentes maneras. En educación primaria, el alumnado puede perderse durante este proceso de resolución, y es aquí donde surge la necesidad de estructurar la tarea. En este artículo, hemos diseñado una guía con el objetivo de facilitar la implementación en el aula de los problemas de Fermi. Nuestra propuesta se estructura en seis fases: planteamiento del problema, resolución individual, resolución en grupo, recogida de datos, cálculos y discusión final conjunta. Esta secuenciación ofrece un marco claro para acompañar la actividad, especialmente en las etapas de educación primaria, donde una pauta estructurada resulta clave para sostener el trabajo del alumnado (Fuertes y Albarracín, 2019; CEMat, 2021). Aun así, hemos evitado dar indicaciones cerradas sobre qué operaciones o estrategias matemáticas debe seguir el alumnado, manteniendo así cierta libertad.

El trabajo en grupo durante la resolución de problemas de Fermi es clave para proporcionar un espacio donde los alumnos pueden debatir y explorar diferentes estrategias de resolución (Blatchford et al., 2003). Durante esta discusión, el alumnado comparte las estrategias planteadas individualmente, las evalúan y las mejoran colaborativamente antes de ponerlas a prueba con la recogida de datos. Este proceso dinámico puede verse altamente influenciado por los *líderes* del grupo, quienes impulsan la construcción del modelo, aunque no siempre se incluyen todas las aportaciones de los otros miembros, o incluso algunas se ignoran (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024). Por ello, el rol del docente como observador es fundamental para identificar ideas no expresadas y favorecer su integración en la discusión final. Además, la recogida de datos en un entorno real permite a los estudiantes validar, ajustar y reformular sus estrategias (Brunet-Biarnes y Albarracín, 2024; Henze y Fritzlar, 2009).

La discusión final en gran grupo es un momento clave para cerrar la actividad, donde se presentan y comparan las estrategias y resultados de cada grupo. En esta fase, el docente juega un papel activo guiando la conversación. Es fundamental que conozca bien la actividad, las posibles estrategias de resolución y el trabajo realizado por los grupos para poder anticipar y seleccionar las intervenciones más relevantes, y así dirigir el debate de manera efectiva (Smith y Stein, 2016). Un aspecto esencial es encontrar un equilibrio entre las preguntas abiertas, que invitan a justificar y explicar el razonamiento de los alumnos, y las preguntas cerradas, que favorecen una mayor participación, pero generan menos reflexión (Brunet-Biarnes y Albarracín, en prensa). Asimismo, acciones como resumir, reformular y conectar ideas contribuyen a clarificar conceptos y a garantizar que todos los estudiantes comprendan las propuestas presentadas (Drageset, 2015b). Finalmente, invitar a los alumnos a reflexionar sobre lo aprendido y a aplicar las estrategias en otros contextos favorece un aprendizaje matemático significativo y flexible. Esta discusión en el aula, centrada en los distintos métodos de resolución de un problema de Fermi, tiene un gran potencial para que el alumnado evalúe, mejore e incluso modifique sus propias estrategias (Brunet-Biarnes y Albarracín, en prensa).

En conjunto, la propuesta presentada en este artículo ofrece una guía práctica y adaptable para que los docentes puedan incorporar la modelización matemática en el aula mediante problemas de Fermi. Aporta orientaciones claras sobre la organización de la actividad y destaca la importancia de crear espacios de discusión en los que el alumnado pueda comunicar y contrastar sus razonamientos. Además, refuerza competencias clave como el pensamiento crítico, la resolución colaborativa de problemas y la toma de decisiones fundamentada, preparando a los estudiantes para afrontar con confianza los retos del mundo real.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto de I+D+i PID2021-126707NB-I00, financiado por MCIN/ AEI/10.13039/501100011033/ y “FEDER Una manera de hacer Europa”.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albarracín, L. y Ärlebäck, J. B. (2019). Characterising mathematical activities promoted by Fermi problems. *For the Learning of Mathematics*, *39*(3), 10-13.

Albarracín, L., y Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(1), 79-96. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9528-9

Albarracín, L., y Gorgorió, N. (2019). Using Large Number Estimation Problems in Primary Education Classrooms to Introduce Mathematical Modelling. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, *27*(2), 45-57. https://doi.org/10.30722/IJISME.27.02.004

Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of Realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *Mathematics Enthusiast*, *6*(3), 331-364. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1157

Ärlebäck, J. B., y Albarracín, L. (2019). The use and potential of Fermi problems in the STEM disciplines to support the development of twenty-first century competencies. *ZDM*, *51*(6), 979-990. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01075-3

Beltrán, M. L., Albarracín, L., Ferrando, I., Montejo-Gámez, J., Ramos, P., Serradó, A., Thibaut, E. y Mallavibarrena, R. (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el Bachillerato. En D. Martín (Coord.), *Libro Blanco de las Matemáticas* (pp. 1-94). RSME.

Blatchford, P., Kutnick, P., Baines, E., y Galton, M. (2003). Towards a social pedagogy of classroom group work. *International Journal of Educational Research*, *39*, 153-172. https://doi.org/10.1016/S0883-0355(03)00078-8

Blum, W., y Borromeo Ferri, R. B. (2009). Mathematical modeling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Application*, *1*(1), 45-58.

Blum, W. y Leiss, D. (2006). How do students and teachers deal with modeling problems? En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y. Khan (Eds*.), Mathematical Modeling: Education, Engineering and Economics*, (pp. 222-231). Horwood. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, *38*(2), 86-95. https://doi.org/10.1007/BF02655883

Brunet-Biarnes, M., y Albarracín, L. (2024). Exploring the negotiation processes when developing a mathematical model to solve a Fermi problem in groups. *Mathematics Education Research Journal*, *36*(1), 177–198. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00435-9

Brunet-Biarnes, M., y Albarracín, L. (en prensa). Class discussion after solving a Fermi problem in groups: analysis of teacher and student actions.

Carlson, J. E. (1997). Fermi problems on gasoline consumption. *The Physics Teacher*, *35*(5), 308–309. https://doi.org/10.1119/1.2344696

Calvo, C., Carrillo, A., de la Fuente, A., de León, M., González, M. J., Gordaliza, A., Guevara, I., Lázaro, C., Monzó, O., Moreno, A., Rodríguez-Muñiz, L. J., Rodríguez, J., y Serradó, A. (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en educación no universitaria*. Comité Español de Matemáticas [CEMat]. https://matematicas.uclm.es/cemat/wpcontent/uploads/bases2021.pdf

Cohen, E.G. (1994). Restructuring the classroom: Conditions for productive small groups. *Review of Educational Research*, *64*, 1-35. https://doi.org/10.3102/00346543064001001

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—A framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 85*, 281–304. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1

Drageset, O. G. (2015a). Different types of student comments in the mathematics classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, *38*, 29–40. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.01.003

Drageset, O. G. (2015b). Student and teacher interventions: A framework for analysing mathematical discourse in the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*, 253–272. https://doi.org/10.1007/s10857-014-9280-9

English, L. D. (2006). Mathematical modelling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, *63*, 303–323. https://doi.org/10.1007/s10649-005-9013-1

Ferrando, I., y Segura, C. (2020). Fomento de la flexibilidad matemática a través de una secuencia de tareas de modelización. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *17*, 84-97. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i17.306

Fuertes, R., y Albarracín, L. (2019). Un estudio exploratorio sobre el conocimiento del maestro para guiar actividades de modelización matemática en Educación Primaria. *Modelling in Science Education and Learning, 12*(2), 77–98. https://doi.org/10.4995/msel.2019.10977

Henze, J., y Fritzlar, T. (2009). Primary school children's model building processes by the example of Fermi questions. En A. Ambrus y E. Vásárhelyi (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Education. Proceedings of the 11th ProMath conference* (pp. 60–75). Eötvös Loránd University.

Kaiser, G. (2006). The mathematical beliefs of teachers about applications and modelling: Results of an empirical study. En J. Novotná, M. Moraová, M. Krátká, y N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 3, pp. 393–400). PME.

Kooloos, C., Oolbekkink-Marchand, H., y Kaenders, R. (2020). Orchestrating mathematical classroom discourse about various solution methods: Case study of a teacher's development. *Journal of Mathematics Didaktik*, *41*, 357–389. https://doi.org/10.1007/s13138-019-00150-2

Levav-Waynberg, A. y Leikin, R. (2012). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. *The Journal of Mathematical Behavior, 31*(1), 73-90. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.11.001

Lesh, R. y Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2), 157–189. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0502&3_03

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.

OECD (2018). PISA 2021 Mathematics framework. OECD Publishing.

Peter-Koop, A. (2009). Teaching and understanding mathematical modelling through Fermi-problems. En B. Clarke, B. Grevholm, y R. Millman (Eds.), *Tasks in primary mathematics teacher education* (pp. 131–146). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09669-8_10

Raviv, D., Harris, A., y Dezotti, T. (2016). Estimation as an essential skill in entrepreneurial thinking. En *Proceedings 123rd ASEE Annual Conference and Exposition. American Society for Engineering Education* (Paper ID #15230). American Society for Engineering Education. https://doi.org/10.18260/p.26739

Robinson, A. W. (2008). Don't just stand there—teach Fermi problems! *Physics Education*, *43*(1), 83–87. https://doi.org/10.1088/0031-9120/43/01/009

Segura, C., y Ferrando, I. (2023a). Pre-service teachers' flexibility and performance in solving Fermi problems. *Educational Studies in Mathematics*, *113*(1), 207–227. https://doi.org/10.1007/s10649-023-10220-5

Segura, C., y Ferrando, I. (2023b). ¿Qué estrategia es mejor para un problema de Fermi? Adaptabilidad de futuros maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, *41*(3), 133–151. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5978

Sevinç, S. (2021) Models-and-Modelling Perspective Through the Eyes of Jean Piaget. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser y K. L. Wong (Eds), *Mathematical Modelling Education in East and West. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_7

Smith, M., y Stein, M. (2016). *5 prácticas para orquestar discusiones matemáticas productivas*. NCTM.

Stillman, G., Brown, J., y Galbraith, P. (2010). Research on modelling at the secondary and tertiary level: Taking stock. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology—rethinking the terrain* (pp. 298–308). Springer.

Taggart, G. L., Adams, P. E., Eltze, E., Heinrichs, J., Hohman, J., y Hickman, K. (2007). Fermi questions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *13*(3), 164-167. https://doi.org/10.5951/MTMS.13.3.0164

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

Yackel, E., y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458–477. https://doi.org/10.2307/749877

Zawojewski, J. S., Lesh, R. A. y English, L. D. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. En R. Lesh y H. M. Doerr (Eds), *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Teaching, and Learning* (pp. 337–358). Lawrence Erlbaum Associates.